量子力学
PHYS2027
2026-2027 学年秋季学期

第四次作业

截止时间：2027 年 1 月 8 日（星期五）

姓名：Ada Lovelace
学号：20270001
成绩：_____

第 1 题　得分：_____. 证明：对于处于无限深方势阱（宽度为 L）中的粒子，其基态能量 E_1 满足海森堡不确定关系的下界估计。

证: 无限深方势阱中粒子的基态波函数为

$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad 0 \le x \le L. \tag{1}$$

基态能量为

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}. \tag{2}$$

位置不确定度 $\Delta x \sim L$，由不确定关系 $\Delta x \Delta p \ge \hbar/2$ 可得

$$\Delta p \ge \frac{\hbar}{2L}, \tag{3}$$

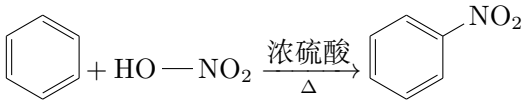
对应的动能下界为

$$\frac{(\Delta p)^2}{2m} \ge \frac{\hbar^2}{8mL^2}, \tag{4}$$

与精确值 $E_1 = \pi^2\hbar^2/(2mL^2)$ 同数量级，验证了不确定关系给出的合理下界估计。 □

第 2 题　得分：_____. 计算下列反应中苯的硝化产物，并写出反应方程式。

解: 加热并用浓硫酸催化，苯与浓硝酸反应生成硝基苯：



(5)

□

第 3 题　得分：_____. 一个量子谐振子处于第一激发态 $|1\rangle$。求其位置期望值 $\langle x\rangle$ 与位置方差 $\langle(\Delta x)^2\rangle$。

答: 由对称性，$\langle x\rangle = 0$；利用产生湮灭算符 $x = \sqrt{\hbar/(2m\omega)}(a + a^\dagger)$ 可得

$$\langle 1|x^2|1\rangle = \frac{3\hbar}{2m\omega}, \qquad \langle(\Delta x)^2\rangle = \frac{3\hbar}{2m\omega}. \tag{6}$$

□